JCSS
Japan Calibration
Service System

JCSS 不確かさ見積もりに関するガイド

登録に係る区分：長さ
校正手法の区分の呼称：形状測定器
計量器等の種類：測定投影機
（第 1 版）

（JCG201S111―01）

制定：2026 年 3 月 6 日

独立行政法人製品評価技術基盤機構
認定センター

発行所　　独立行政法人製品評価技術基盤機構　認定センター

住所　　　〒151-0066　東京都渋谷区西原2丁目49－10
TEL　　　03－3481－1921（代）
FAX　　　03－3481－1937
E-mail　　jcss@nite.go.jp
Home page　　https://www.nite.go.jp/iajapan/jcss/index.html

目 次

事例1 測定誤差

（注）以下の事例は、不確かさ見積もりの一事例を示したものであり、実際には校正事業者の諸条件を考慮して見積もりを行うこと。また、不確かさ成分ごとに見積もられた数値は、校正事業者自らがその根拠を示せることが必要である。

1. 測定の概要

本事例は、JIS B 7184 で規定する測定投影機の「精密十字動テーブルの測定誤差」（以下、「測定誤差」）を校正する場合の不確かさを示す。校正対象となる移動軸と平行に標準尺を置き、スクリーン十字線を標準尺の基準点および校正点に順次合わせたときのテーブル移動量を測定投影機のリニアスケールで読み取る。その際のリニアスケールの指示値と標準尺目盛間長さの差を測定誤差の校正値とする。ただし、1 つの校正点について 3 回繰り返し測定を実施し、その平均値を校正結果とする場合を想定する。また、校正はほぼ 20 ℃に気温が保たれた恒温室で行い、校正時に標準尺およびリニアスケールの温度測定は実施しない場合を想定する。標準尺は JCSS 校正されたものを使用する。

2. 数学モデル

測定誤差の校正値d_{20}は下記の式で表せる。

$$d_{20} = l(1+\alpha\theta) - l_{\mathrm{s}}(1+\alpha_{\mathrm{s}}\theta_{\mathrm{s}}) \tag{1-1}$$

ここで、

d_{20}： 20 ℃における測定誤差（校正値）
l： 校正時温度におけるリニアスケールの指示値
α：リニアスケールの熱膨張係数
θ：リニアスケール温度の 20 ℃からの偏差
l_{s}： 20 ℃における標準尺の目盛間の長さ
α_{s}： 標準尺の熱膨張係数
θ_{s}： 標準尺温度の 20 ℃からの偏差

（1-1）式において、$l = l_{\mathrm{s}} + \Delta l$ とおいて、$\Delta l \cdot \alpha \cdot \theta \fallingdotseq 0$ とすると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} d_{20} &= l(1+\alpha\theta) - l_{\mathrm{s}}(1+\alpha_{\mathrm{s}}\theta_{\mathrm{s}}) \\ &= l - l_{\mathrm{s}} + l_{\mathrm{s}}\alpha\theta + \Delta l \cdot \alpha \cdot \theta - l_{\mathrm{s}}\alpha_{\mathrm{s}}\theta_{\mathrm{s}} \\ &\fallingdotseq l - l_{\mathrm{s}} + l_{\mathrm{s}}(\alpha\theta - \alpha_{\mathrm{s}}\theta_{\mathrm{s}}) \end{aligned} \tag{1-2}$$

標準尺とリニアスケールの温度差を $\delta\theta = \theta - \theta_{\mathrm{s}}$、熱膨張係数の差を $\delta\alpha = \alpha - \alpha_{\mathrm{s}}$ とおくと、（1-2）式は次式となる。

$$d_{20} = l - l_{\mathrm{s}} + l_{\mathrm{s}}(\delta\alpha \cdot \theta + \alpha_{\mathrm{s}}\delta\theta) \tag{1-3}$$

（1-3）式より、測定誤差d_{20}の合成標準不確かさ$u(d_{20})$は次式で表せる。

$$\begin{aligned} u^2(d_{20}) = {} & u^2(l_s) + u^2(l) + {l_s}^2\delta\theta^2u^2(\alpha_{\mathrm{s}}) + {l_s}^2\theta^2u^2(\delta\alpha) + {l_s}^2\delta\alpha^2u^2(\theta) + {l_s}^2{\alpha_s}^2u^2(\delta\theta) \\ & + {l_s}^2u^2(\delta\alpha)u^2(\theta) + {l_s}^2u^2(\alpha_{\mathrm{s}})u^2(\delta\theta) \end{aligned} \tag{1-4}$$

「JCG201S31 不確かさ見積もりに関するガイド　長さ（ブロックゲージ）」の事例 2 で「熱膨張係数が異なるブロックゲージを測定し、熱膨張補正を行わない場合」の考え方を採用し、（1-4）式において $\delta\alpha = 0$、$\theta = 0$、$\delta\theta = 0$ とみなし、$u(\delta\alpha)$、$u(\theta)$、$u(\delta\theta)$の中に $\delta\alpha$、θ、$\delta\theta$ が偏差成分として含まれると考えて評価する。従って、（1-4）式は次式となる。

$$u^2(d_{20}) = u^2(l_{\mathrm{s}}) + u^2(l) + {l_{\mathrm{s}}}^2{\alpha_{\mathrm{s}}}^2u^2(\delta\theta) + {l_{\mathrm{s}}}^2u^2(\delta\alpha)u^2(\theta) + {l_{\mathrm{s}}}^2u^2(\alpha_{\mathrm{s}})u^2(\delta\theta) \tag{1-5}$$

(1-5)式の右辺第3項と第5項を比較すると、$u^2(\alpha_\mathrm{s})/{\alpha_\mathrm{s}}^2$ は通常0.01以下であるため、第5項は無視することができ、(1-5)式は次式となる。

$$u^2(d_{20}) = u^2(l_\mathrm{s}) + u^2(l) + {l_\mathrm{s}}^2{\alpha_\mathrm{s}}^2u^2(\delta\theta) + {l_\mathrm{s}}^2u^2(\delta\alpha)u^2(\theta) \tag{1-6}$$

(1-6)式を用いて測定誤差d_{20}の合成標準不確かさを求める。

3. 各不確かさ要因の評価例

（１）標準尺の不確かさ： $u(l_\mathrm{s})$

①標準尺の校正の不確かさ： $u(l_{\mathrm{s}1})$

標準尺を外部で校正した際の拡張不確かさ（*k*=2）が0.4 ㎜であったとすると、標準不確かさは次のように見積もられる。

$$u(l_{\mathrm{s}1}) = 0.4\ \mu\mathrm{m}/2 = 0.2\ \mu\mathrm{m}$$

②標準尺の経年変化による不確かさ： $u(l_{\mathrm{s}2})$

過去の校正結果の変動に基づいて、標準尺の校正周期内の経年変化が最大で0.1 ㎜と推定されるとき、0 ㎜～0.1 ㎜の範囲を持つ一様分布（一方向に偏った一様分布）を考えて、以下のように標準不確かさを見積もる。

$$u^2(l_{\mathrm{s}2}) = (0.1\ \mu\mathrm{m}/2)^2 + (0.1\ \mu\mathrm{m}/2)^2/3$$
$$= \left(0.1\ \mu\mathrm{m}/\sqrt{3}\right)^2$$
$$u(l_{\mathrm{s}2}) = 0.1\ \mu\mathrm{m}/\sqrt{3} = 0.058\ \mu\mathrm{m}$$

③標準尺の平行調整による不確かさ： $u(l_{\mathrm{s}3})$

測定投影機のテーブル移動軸と平行に標準尺を設置する際にズレが発生すると、コサイン誤差が発生して不確かさ要因となる。例えば、テーブルのX軸に平行に標準尺を設置し、テーブルをX軸方向に100 ㎜移動した際の、標準尺のY軸方向へのズレをスクリーン上で±0.5 ㎜まで許容する場合を考える。測定投影機の倍率を10倍とすると、スクリーン上の0.5 ㎜は、テーブル上の0.05 ㎜に相当するので、コサイン誤差の最大値Δl_sは、以下の計算で求めることができる。

$$\Delta l_\mathrm{s} = 100\ \mathrm{mm} - \sqrt{(100\ \mathrm{mm})^2 - (0.05\ \mathrm{mm})^2} = 0.0125\ \mu\mathrm{m}$$

0 ㎜～0.0125 ㎜の範囲を持つ一様分布（一方向に偏った一様分布）を考えて、以下のように標準不確かさを見積もる。

$$u^2(l_{\mathrm{s}3}) = (0.0125\ \mu\mathrm{m}/2)^2 + (0.0125\ \mu\mathrm{m}/2)^2/3$$
$$= \left(0.0125\ \mu\mathrm{m}/\sqrt{3}\right)^2$$
$$u(l_{\mathrm{s}3}) = 0.0125\ \mu\mathrm{m}/\sqrt{3} = 0.0072\ \mu\mathrm{m}$$

標準尺の不確かさ $u(l_\mathrm{s})$ は、①～③の要因を合成することで次の様に得られる。

$$u(l_\mathrm{s}) = \{u^2(l_{\mathrm{s}1}) + u^2(l_{\mathrm{s}2}) + u^2(l_{\mathrm{s}3})\}^{1/2}$$
$$= \{(0.2\ \mu\mathrm{m})^2 + (0.058\ \mu\mathrm{m})^2 + (0.0072\ \mu\mathrm{m})^2\}^{1/2}$$
$$= 0.208\ \mu\mathrm{m}$$

(2) リニアスケールの不確かさ： $u(l)$

①リニアスケール分解能による不確かさ： $u(l_1)$

リニアスケールの分解能が1 ㎜ の場合、±0.5 ㎜ の区間で一様分布であると考え、分

解能による不確かさは以下の値となる。

$$0.5\ \mu\mathrm{m}/\sqrt{3} = 0.29\ \mu\mathrm{m}$$

1 つの測定値を得るのにリニアエンコーダの読み取りを 2 回行う（基準点、測定位置）ことから$\sqrt{2}$ 倍することと、校正時の繰り返し数が 3 回で、その平均値を校正値とすることから、$\sqrt{3}$ で割ることで、$u(l_1)$ が得られる。

$$u(l_1) = 0.29\ \mu\mathrm{m} \times \sqrt{2}/\sqrt{3} = 0.24\ \mu\mathrm{m}$$

②リニアスケール指示値の繰り返し性による不確かさ： $u(l_2)$

　リニアスケール指示値は、様々な要因によって測定毎にばらつきが生じる。各校正点において 3 回繰り返し測定の平均値を校正値とし、それを 20 点の校正点で実施したとする。これらの測定で得られた値（3×20 = 60 データ）と、「JCG201S11 不確かさ見積もりに関するガイド　長さ（共通）」の手順を用いて繰り返しの標準偏差を求め、得られた値を $u(l_2)$ とする。ここでは、以下が得られたと考える。

$$u(l_2) = 1.2\ \mu\mathrm{m}$$

リニアスケールの不確かさ $u(l)$ は、①～②の要因を合成することで次の様に得られる。

$$\begin{aligned} u(l) &= \{u^2(l_1) + u^2(l_2)\}^{1/2} \\ &= \{(0.24\ \mu\mathrm{m})^2 + (1.2\ \mu\mathrm{m})^2\}^{1/2} \\ &= 1.22\ \mu\mathrm{m} \end{aligned}$$

（3）標準尺とリニアスケールの温度差の不確かさ： $u(\delta\theta)$

　事前の温度測定などにより、標準尺とリニアスケールとの温度差が±0.5 ℃の範囲にあることが分かっているとき、その区間で一様分布を持つと考えることで、$u(\delta\theta)$は以下となる。

$$u(\delta\theta) = 0.5\ ℃/\sqrt{3} = 0.289\ ℃$$

（4）標準尺とリニアスケールの熱膨張係数の差の不確かさ： $u(\delta\alpha)$

　標準尺の熱膨張係数が$\alpha_\mathrm{s} = (8.5 \pm 0.5) \times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$で与えられている場合、その区間を持つ一様分布を考えることで、標準尺の熱膨張係数の不確かさ $u(\alpha_\mathrm{s})$ は以下となる。

$$u(\alpha_\mathrm{s}) = 0.5 \times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}/\sqrt{3} = 0.29 \times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$$

リニアスケールの熱膨張係数が$\alpha = (9.0 \pm 0.5) \times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$で与えられている場合、その区間を持つ一様分布を考えることで、リニアスケールの熱膨張係数の不確かさ $u(\alpha)$ は以下となる。

$$u(\alpha) = 0.5 \times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}/\sqrt{3} = 0.29 \times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$$

さらに、熱膨張係数の差$\delta\alpha$は以下で求められる（(1-5) 式を求める際に、$\delta\alpha$ が$u(\delta\alpha)$ に含まれるとみなしているため評価が必要）。

$$\delta\alpha = \alpha - \alpha_\mathrm{s} = 0.5 \times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$$

これらより、$u(\delta\alpha)$ は以下となる。

$$\begin{aligned} u(\delta\alpha) &= \{u^2(\alpha_\mathrm{s}) + u^2(\alpha) + \delta\alpha^2\}^{1/2} \\ &= \left\{(0.29 \times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1})^2 + (0.29 \times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1})^2 + \left(0.5 \times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}\right)^2\right\}^{1/2} \\ &= 0.650 \times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1} \end{aligned}$$

（5）リニアスケール温度の 20 ℃からの偏差の不確かさ：$u(\theta)$

事前の温度測定などにより、リニアスケールの温度の 20 ℃からの偏差が±1 ℃の範囲にあることが分かっているとき、その区間で一様分布を持つと考えることで、$u(\theta)$は以下となる。

$$u(\theta) = 1\ ℃/\sqrt{3} = 0.577\ ℃$$

4. 合成標準不確かさ

測定誤差の不確かさバジェットを表 1 に示す。

表 1　測定誤差の不確かさバジェット

不確かさ要因	標準不確かさ $u(x_i)$	感度係数 $\partial f/\partial x_i$	不確かさへの寄与 $\lvert\partial f/\partial x_i\rvert \times u(x_i)$	タイプ
標準尺の不確かさ：$u(l_s)$	0.208 mm	1	0.208 mm	
①校正の不確かさ：$u(l_{s1})$	0.2 mm			B
②経年変化の不確かさ：$u(l_{s2})$	0.058 mm			B
③平行調整による不確かさ：$u(l_{s3})$	0.0072 mm			B
リニアスケールの不確かさ：$u(l)$	1.22 mm	1	1.22 mm	
①分解能による不確かさ：$u(l_1)$	0.24 mm			B
②繰り返し性による不確かさ：$u(l_2)$	1.2 mm			A
標準尺とリニアスケールの温度差の不確かさ：$u(\delta\theta)$	0.289 ℃	$8.50\times10^{-6}\times l_s$ K^{-1}	$2.45\times10^{-6}\times l_s$	B
標準尺とリニアスケールの熱膨張係数の差の不確かさ・リニアスケールの温度の 20 ℃からの偏差の不確かさ：$u(\delta\alpha)u(\theta)$	0.650×10^{-6} K^{-1} ×0.577 ℃	l_s	$0.375\times10^{-6}\times l_s$	B

(注)標準不確かさ及び感度係数の計算に以下の熱膨張係数を使用した。
標準尺の熱膨張係数：$\alpha_s = (8.5 \pm 0.5)\times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$
リニアスケールの熱膨張係数：$\alpha = (9.0 \pm 0.5)\times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$

これより、測定誤差の合成標準不確かさは次式となる。

$$u(d_{20}) = \{(1.2\ \mu\mathrm{m})^2 + (2.5\times10^{-6}\times l_s)^2\}^{\frac{1}{2}}$$

例えば、$l_s = 100\ \mathrm{mm}$ の場合、$u(d_{20})$は次の通りとなる。

$$u(d_{20}) = 1.3\ \mu\mathrm{m}$$

5. 拡張不確かさ

表 1 より、タイプ A となるのは、繰り返し性による不確かさ $u(l_2)$ のみである。各校正点において 3 回の繰り返し測定を行い、校正点が 20 点である場合を考える。「JCG201S11 不確かさ見積もりに関するガイド　長さ（共通）」の手順に従って $u(l_2)$ の自由度 ν を求めると、以下となる。

$$\nu = (3-1)\times 20 = 40$$

従って、有効自由度 ν_{eff} は次式で得られる。

$$\nu_{\mathrm{eff}} = \frac{u^4(d_{20})}{\frac{u^4(l_2)}{\nu}} = 50$$

$\nu_{\mathrm{eff}} \geqq 9$ であることから、包含係数 k=2 を採用する。$l_{\mathrm{s}} = 100\ \mathrm{mm}$ の場合の測定誤差の拡張不確かさは次式となる。

$$U = 2.5\ \mathrm{\mu m}$$

事例2　倍率誤差

（注）以下の事例は、不確かさ見積もりの一事例を示したものであり、実際には校正事業者の諸条件を考慮して見積もりを行うこと。また、不確かさ成分ごとに見積もられた数値は、校正事業者自らがその根拠を示せることが必要である。

1. 測定の概要

本事例は、JIS B 7184 で規定する測定投影機の「投影レンズの透過照明による倍率誤差」（以下、「倍率誤差」）を校正する場合の不確かさを示す。標準尺の目盛間の長さ（既知）に倍率（呼び値）を掛け算した値と、スクリーンに投影された標準尺の目盛間の長さを読取りスケールを用いて測定した値との差を用いて倍率誤差を求める。ただし、1 回測定した結果を校正値とし、繰り返し測定は実施しない場合を想定する。また、校正はほぼ 20 ℃に気温が保たれた恒温室で行い、校正時に温度測定は実施しない場合を想定する。標準尺および読取りスケールは JCSS 校正されたものを使用する。

2. 数学モデル

標準尺の測定基準（スクリーンの中央付近に配置された目盛線）から測定点までの目盛線と、読み取りスケールの目盛線の位置をスクリーン上で比較し、そのズレのスクリーン上での長さを D とする。例えば、標準尺と読取りスケールの分解能がいずれも 1 mm で、標準尺の 0 mm（測定基準）～ 10 mm（測定点）の目盛を倍率 10 倍の測定投影機で投影すると、その測定基準および測定点の目盛位置は読み取りスケールの 0 mm および 100 mm の目盛位置と理想的には一致する。しかし、測定基準において一致させても、倍率誤差が原因となって測定点において完全には一致しない。このズレのスクリーン上の長さ Dは次式で表すことができる。

$$D = L_{\mathrm{s}} - L_{\mathrm{r}} \tag{2-1}$$

ここで、

L_{s}： 標準尺の測定基準から測定点までのスクリーン上での長さ
L_{r}：読み取りスケールの測定基準から測定点までの長さ

L_{s}、L_{r} は次式で表すことができる。

$$L_{\mathrm{s}} = l_{\mathrm{s}20}(1 + \alpha_{\mathrm{s}}\theta_{\mathrm{s}}) \times (M + \delta M) \tag{2-2}$$
$$L_{\mathrm{r}} = l_{\mathrm{r}20}(1 + \alpha_{\mathrm{r}}\theta_{\mathrm{r}}) \tag{2-3}$$

ここで、

$l_{\mathrm{s}20}$： 20 ℃における標準尺の測定基準から測定点までの長さ
α_{s}： 標準尺の熱膨張係数
θ_{s}： 標準尺温度の 20 ℃からの偏差
$l_{\mathrm{r}20}$： 20 ℃における読取りスケールの測定基準から測定点までの長さ
α_{r}： 読取りスケールの熱膨張係数
θ_{r}： 読取りスケール温度の 20 ℃からの偏差
M： 倍率（呼び値）
δM： 倍率誤差

スクリーン上の測定点において、標準尺と読取りスケールの目盛位置が一致するようにテーブルを移動させたところ、そのテーブル移動量が d であったとする。これを用いると、D は次式で表すことができる。

$$D = d(M + \delta M) \tag{2-4}$$

(2-2)～(2-4)式を(2-1)式に代入すると、次式が得られる。

$$d(M+\delta M)=l_{s20}(1+\alpha_s\theta_s)(M+\delta M)-l_{r20}(1+\alpha_r\theta_r)$$
$$\Leftrightarrow\ \delta M=\frac{l_{r20}(1+\alpha_r\theta_r)}{l_{s20}(1+\alpha_s\theta_s)-d}-M \qquad (2\text{-}5)$$

(2-5)式を用いて、倍率誤差を百分率で表示した値 f を計算すると、次式となる。

$$f=\frac{\delta M}{M}\times 100=\left[\frac{l_{r20}(1+\alpha_r\theta_r)}{M\{l_{s20}(1+\alpha_s\theta_s)-d\}}-1\right]\times 100$$
$$\approx\left\{\frac{l_{r20}}{M\cdot l_{s20}}\times\left(1+\alpha_r\theta_r-\alpha_s\theta_s+\frac{d}{l_{s20}}\right)-1\right\}\times 100 \qquad (2\text{-}6)$$

$\delta\alpha=\alpha_r-\alpha_s$、$\delta\theta=\theta_r-\theta_s$ とおいて(2-6)式を変形すると、次式が得られる。

$$f=\left[\frac{l_{r20}}{M\cdot l_{s20}}\left\{1+(\delta\alpha\cdot\theta_r+\alpha_s\delta\theta)+\frac{d}{l_{s20}}\right\}-1\right]\times 100 \qquad (2\text{-}7)$$

(2-7)式を用いると、倍率校正の合成標準不確かさ$u_c(f)$は次式で得られる。

$$u^2(f)=\left\{\left(\frac{1}{l_{s20}}\right)^2u^2(l_{s20})+\left(\frac{1}{M\cdot l_{s20}}\right)^2u^2(l_{r20})+\left(\frac{1}{l_{s20}}\right)^2u^2(d)+(\delta\theta)^2u^2(\alpha_s)\right.$$
$$+{\theta_r}^2u^2(\delta\alpha)+(\delta\alpha)^2u^2(\theta_r)+{\alpha_s}^2u^2(\delta\theta)+u^2(\alpha_s)u^2(\delta\theta) \qquad (2\text{-}8)$$
$$\left.+u^2(\delta\alpha)u^2(\theta_r)\right\}\times 100^2$$

「JCG201S31 不確かさ見積もりに関するガイド　長さ（ブロックゲージ）」の事例 2 で「熱膨張係数が異なるブロックゲージを測定し、熱膨張補正を行わない場合」の考え方を採用し、（2-8）式において$\delta\alpha=0$、$\theta_r=0$、$\delta\theta=0$ とみなし、$u(\delta\alpha)$、$u(\theta_r)$、$u(\delta\theta)$の中に $\delta\alpha$、θ_r 、$\delta\theta$ が偏差成分として含まれると考えて評価する。従って、(2-8）式は次式となる。

$$u_c{}^2(f)=\left\{\left(\frac{1}{l_{s20}}\right)^2u^2(l_{s20})+\left(\frac{1}{M\cdot l_{s20}}\right)^2u^2(l_{r20})+\left(\frac{1}{l_{s20}}\right)^2u^2(d)+{\alpha_s}^2u^2(\delta\theta)\right.$$
$$\left.+u^2(\alpha_s)u^2(\delta\theta)+u^2(\delta\alpha)u^2(\theta_r)\right\}\times 100^2 \qquad (2\text{-}9)$$

また、(2-9)式の右辺第 4 項と第 5 項を比較すると、$u^2(\alpha_s)/{\alpha_s}^2$ は通常 0.01 以下であるため、第 5 項は無視することができ、(2-9)式は次式となる。

$$u_c{}^2(f)=\left\{\left(\frac{1}{l_{s20}}\right)^2u^2(l_{s20})+\left(\frac{1}{M\cdot l_{s20}}\right)^2u^2(l_{r20})+\left(\frac{1}{l_{s20}}\right)^2u^2(d)+{\alpha_s}^2u^2(\delta\theta)\right.$$
$$\left.+u^2(\delta\alpha)u^2(\theta_r)\right\}\times 100^2 \qquad (2\text{-}10)$$

(2-10)式を用いて倍率誤差の合成標準不確かさ$u(f)$を求める。

3. 各不確かさ要因の評価例

（１）標準尺の不確かさ： $u(l_s)$

①標準尺の校正の不確かさ： $u(l_{s1})$

標準尺を外部で校正した際の拡張不確かさ（*k*=2）が 0.4 ㎜であったとすると、標準不確かさは次のように見積もられる。

$$u(l_{s1})=0.4\ \mu\mathrm{m}/2=0.2\ \mu\mathrm{m}$$

②標準尺の経年変化による不確かさ： $u(l_{s2})$

過去の校正結果の変動にもとづいて、標準尺の校正周期内の経年変化が最大で 0.1 ㎜と推定されるとき、0 ㎜～0.1 ㎜の範囲を持つ一様分布（一方向に偏った一様分布）を考え

て、以下のように標準不確かさが見積もられる。

$$u^2(l_{s2}) = (0.1\ \mu\text{m}/2)^2 + (0.1\ \mu\text{m}/2)^2/3$$
$$= \left(0.1\ \mu\text{m}/\sqrt{3}\right)^2$$
$$u(l_{s2}) = 0.1\ \mu\text{m}/\sqrt{3} = 0.058\ \mu\text{m}$$

標準尺の不確かさ $u(l_s)$ は、①～②の要因を合成することで次の様に得られる。

$$u(l_s) = \{u^2(l_{s1}) + u^2(l_{s2})\}^{1/2}$$
$$= \{(0.2\ \mu\text{m})^2 + (0.058\ \mu\text{m})^2\}^{1/2}$$
$$= 0.208\ \mu\text{m}$$

(2) 読取りスケールの不確かさ： $u(l)$

①読取りスケールの校正不確かさ： $u(l_1)$

外部で校正した際の拡張不確かさ（*k*=2）が 0.4 ㎜ であったとすると、標準不確かさは次のように見積もられる。

$$u(l_1) = 0.4\ \mu\text{m}/2 = 0.2\ \mu\text{m}$$

②読取りスケールの経年変化による不確かさ： $u(l_2)$

過去の校正結果の変動より、読取りスケールの校正周期内の経年変化が最大で 0.1 ㎜ と推定されるとき、0 ㎜～0.1 ㎜ の範囲を持つ一様分布（一方向に偏った一様分布）を考えて、以下のように標準不確かさが見積もられる。

$$u^2(l_2) = (0.1\ \mu\text{m}/2)^2 + (0.1\ \mu\text{m}/2)^2/3$$
$$= \left(0.1\ \mu\text{m}/\sqrt{3}\right)^2$$
$$u(l_2) = 0.1\ \mu\text{m}/\sqrt{3} = 0.058\ \mu\text{m}$$

③読取りスケールの設置による不確かさ： $u(l_3)$

標準尺の測定基準の目盛りに読取りスケールの目盛を合わせて設置する際にズレが発生すると、倍率誤差の校正に影響を与える。事前の繰り返し評価によって、このばらつきの標準偏差が 1.0 ㎜ であったとする。校正時の測定回数が 1 回であることから、$u(l_3)$ は以下となる。

$$u(l_3) = 1.0\ \mu\text{m}$$

④読取りスケールの平行調整による不確かさ： $u(l_4)$

標準尺の設置方向と平行に読取りスケールを設置する際にズレが発生すると、コサイン誤差が発生して不確かさ要因となる。例えば、標準尺がスクリーンの X 軸方向に設置されているとき、スクリーンの X 軸方向に設置した読取りスケールの長さ 100 ㎜ に対して、Y 軸方向へのズレをスクリーン上で±0.5 ㎜ まで許容するならば、コサイン誤差の最大値Δlは、以下の計算で求めることができる。

$$\Delta l = 100\ \text{mm} - \sqrt{(100\ \text{mm})^2 - (0.5\ \text{mm})^2} = 1.25\ \mu\text{m}$$

測定投影機の倍率が 10 倍の場合、ステージ上のコサイン誤差は以下となる。

$$\Delta l/10 = 0.125\ \mu\text{m}$$

0 ㎜～0.125 ㎜ の範囲を持つ一様分布（一方向に偏った一様分布）を考えて、以下のように標準不確かさが見積もられる。

$$u^2(l_4) = (0.125\ \mu\text{m}/2)^2 + (0.125\ \mu\text{m}/2)^2/3$$
$$= \left(0.125\ \mu\text{m}/\sqrt{3}\right)^2$$

$$u(l_4) = 0.125\ \mu\mathrm{m}/\sqrt{3} = 0.072\ \mu\mathrm{m}$$

読み取りスケールの不確かさ $u(l)$ は、①～④の要因を合成することで次の様に得られる。

$$\begin{aligned} u(l) &= \{u^2(l_1) + u^2(l_2) + u^2(l_3) + u^2(l_4)\}^{1/2} \\ &= \{(0.2\ \mu\mathrm{m})^2 + (0.058\ \mu\mathrm{m})^2 + (1.0\ \mu\mathrm{m})^2 + (0.072\ \mu\mathrm{m})^2\}^{1/2} \\ &= 1.02\ \mu\mathrm{m} \end{aligned}$$

(3) テーブル移動量測定の不確かさ： $u(d)$

①リニアスケール分解能による不確かさ： $u(d_1)$

リニアスケール分解能が 1 mm の場合、±0.5 mm の区間で一様分布であると考え、分解能による不確かさ $u(d_1)$ は以下の値となる。

$$u(d_1) = 0.5\ \mu\mathrm{m}/\sqrt{3} = 0.29\ \mu\mathrm{m}$$

②テーブル移動量測定の繰り返しによる不確かさ： $u(d_2)$

標準尺の測定点において、標準尺と読取りスケールの目盛のズレが消えるようにテーブルを移動する際のリニアスケール指示値にばらつきが発生すると、倍率誤差の校正に影響する。事前の評価により、リニアスケール指示値のばらつきが標準偏差で 1.0 mm であると分かっているとする。校正時にリニアスケールの読み取りを 2 回行うことと、測定回数が 1 回であることから、$u(d_2)$ は以下となる。

$$u(d_2) = 1.0 \times \sqrt{2}/\sqrt{1}\ \mu\mathrm{m} = 1.41\ \mu\mathrm{m}$$

テーブル移動量測定の不確かさ $u(d)$ は、①～②の要因を合成することで次の様に得られる。

$$\begin{aligned} u(d) &= \{u^2(d_1) + u^2(d_2)\}^{1/2} \\ &= \{(0.29\ \mu\mathrm{m})^2 + (1.41\ \mu\mathrm{m})^2\}^{1/2} \\ &= 1.44\ \mu\mathrm{m} \end{aligned}$$

（4）標準尺と読取りスケールの温度差の不確かさ： $u(\delta\theta)$

事前の温度測定などにより、標準尺と読取りスケールとの温度差が±0.5 ℃の範囲にあることが分かっているとき、その区間で一様分布を持つと考えることで、$u(\delta\theta)$は以下となる。

$$u(\delta\theta) = 0.5\ ℃/\sqrt{3} = 0.289\ ℃$$

（5）標準尺と読取りスケールの熱膨張係数の差の不確かさ： $u(\delta\alpha)$

標準尺の熱膨張係数が$\alpha_\mathrm{s} = (8.5 \pm 0.5) \times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$で与えられている場合、その区間を持つ一様分布を考えることで、標準尺の熱膨張係数の不確かさ $u(\alpha_\mathrm{s})$ は以下となる。

$$u(\alpha_\mathrm{s}) = 0.5 \times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}/\sqrt{3} = 0.29 \times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$$

読取りスケールの熱膨張係数が$\alpha = (9.0 \pm 0.5) \times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$で与えられている場合、その区間を持つ一様分布を考えることで、読取りスケールの熱膨張係数の不確かさ $u(\alpha)$ は以下となる。

$$u(\alpha) = 0.5 \times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}/\sqrt{3} = 0.29 \times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$$

さらに、熱膨張係数の差$\delta\alpha$は以下で求められる（(2-9) 式を求める際に、$\delta\alpha$ が$u(\delta\alpha)$ に含まれるとみなしているため評価が必要）。

$$\delta\alpha = \alpha_\mathrm{r} - \alpha_\mathrm{s} = 0.5 \times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$$

これらより、$u(\delta\alpha)$ は以下となる。

$$u(\delta\alpha) = \{u^2(\alpha_\mathrm{s}) + u^2(\alpha) + \delta\alpha^2\}^{1/2}$$

$$= \left\{(0.29 \times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1})^2 + (0.29 \times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1})^2 + \left(0.5 \times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}\right)^2\right\}^{1/2}$$
$$= 0.650 \times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$$

（6）読取りスケール温度の 20 ℃からの偏差の不確かさ：$u(\theta_\mathrm{r})$

事前の温度測定などにより、読取りスケール温度の 20 ℃からの偏差が±1 ℃の範囲にあることが分かっているとき、その区間で一様分布を持つと考えることで、$u(\theta_r)$は以下となる。

$$u(\theta_\mathrm{r}) = 1\ ℃/\sqrt{3} = 0.577\ ℃$$

4. 合成標準不確かさ

倍率誤差の不確かさバジェットを表 2 に示す。

表 2　倍率誤差の不確かさバジェット

不確かさ要因	標準不確かさ $u(x_i)$	感度係数 $\partial f/\partial x_i$	不確かさへの寄与 $\lvert\partial f/\partial x_i\rvert \times u(x_i)$	タイプ
標準尺の不確かさ：$u(l_{\mathrm{s}20})$ ①校正の不確かさ：$u(l_{\mathrm{s}1})$ ②経年変化の不確かさ：$u(l_{\mathrm{s}2})$	0.208 mm 0.2 mm 0.058 mm	$100/l_{\mathrm{s}20}$	$20.8\ \mathrm{\mu m}/l_{\mathrm{s}20}$ %	 B B
読取りスケールの不確かさ：$u(l_{\mathrm{r}20})$ ①校正の不確かさ：$u(l_{\mathrm{r}1})$ ②経年変化の不確かさ：$u(l_{\mathrm{r}2})$ ③設置による不確かさ：$u(l_{\mathrm{r}3})$ ④平行調整による不確かさ：$u(l_{\mathrm{r}4})$	1.02 mm 0.2 mm 0.058 mm 1.0 mm 0.072 mm	$100/(M \cdot l_{\mathrm{s}20})$	$102\ \mathrm{\mu m}/(M \cdot l_{\mathrm{s}20})$ %	 B B B B
テーブル移動量測定の不確かさ：$u(d)$ ①分解能による不確かさ：$u(d_1)$ ②繰り返しの不確かさ：$u(d_2)$	1.44 mm 0.29 mm 1.41 mm	$100/l_{\mathrm{s}20}$	$144\ \mathrm{\mu m}/l_{\mathrm{s}20}$ %	 B B
標準尺と読取りスケールの温度差の不確かさ：$u(\delta\theta)$	0.289 ℃	$8.50 \times 10^{-6} \times 100\ \mathrm{K}^{-1}$	2.45×10^{-4} %	B
標準尺と読取りスケールの熱膨張係数の差の不確かさ・読取りスケール温度の 20 ℃ からの偏差の不確かさ：$u(\delta\alpha)u(\theta_r)$	0.650×10^{-6} K^{-1} ×0.577 ℃	100	0.375×10^{-4} %	B

（注）標準不確かさ及び感度係数の計算に以下の熱膨張係数を使用した。

標準尺の熱膨張係数：$\alpha_\mathrm{s} = (8.5 \pm 0.5) \times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$

読取りスケールの熱膨張係数：$\alpha = (9.0 \pm 0.5) \times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$

これより、倍率誤差の合成標準不確かさは次式となる。

$$u_\mathrm{c}(f) = 2.5 \times 10^{-4}\ \% + \frac{\sqrt{(145\ \mathrm{\mu m})^2 + (102\ \mathrm{\mu m}/M)^2}}{l_{\mathrm{s}20}}\ \%$$

例えば、$l_{\mathrm{s}20} = 10\ \mathrm{mm}$、$M = 10$ の場合、$u(f)$は次の通りとなる。

$$u_\mathrm{c}(f) = 1.5 \times 10^{-2}\ \%$$

5. 拡張不確かさ

表 2 より、有効自由度が 9 を超えることは明らかである。従って、包含係数 *k*=2 を採用して、$l_{\mathrm{s}20} = 10\ \mathrm{mm}$、$M = 10$ の場合の倍率誤差の拡張不確かさは次の通りとなる。

$$U = 3.0 \times 10^{-2}\ \%$$