JCSS
Japan Calibration
Service System

# JCSS
# 校正方法と不確かさに関する表現
# （改正案）

（第 6 版）

（認定－部門－JCG200－06）

改正：平成 23 年 7 月 1 日

独立行政法人製品評価技術基盤機構
認定センター

**目的**

この文書の目的は、国内における測定の不確かさの評価を調和させ、JCSS 登録の一般要求事項に加え、校正事業者が発行した校正証明書に測定の不確かさを報告する際の具体的な要求事項を作成し、認定機関が認定校正事業者に対し、一貫した最高測定能力の指示を支援することにある。この文書に規定された規約は、標準化と計量計測に関する 8 つの国際機関によって発行された測定における不確かさの表現のガイド（GUM）の推奨事項に従っていることから、JCG200 の実施は、認定校正事業者における測定結果が世界的に容認されることを支援する。

**著者**

この文書は、JCSS を代表して JCSS 等技術委員会によって起草された。この文書は EA-4/02 ・ Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration, December 1999, European co-operation for Accreditation を翻訳し、技術委員会で更なる情報を加えたものである。

なお、この文書で点線の下線を施してある事項は、原文 EA-4/02 に該当する事項がないものである。

**正式言語**

必要に応じて翻訳も許可されるが、日本語版を決定版とする。

**著作権**

この文書の著作権は EA（欧州認定協力機構）が所有し、転売目的の複写は許可されない。

**詳細情報**

この出版物については、独立行政法人製品評価技術基盤機構認定センターに問い合わせること。

---



問い合わせ先　独立行政法人製品評価技術基盤機構
認定センター
住所 〒151-0066　東京都渋谷区西原 2 丁目 49 番 10 号
TEL　03-3481-1921（代表）
FAX　03-3481-1937
E-mail　jcss@nite.go.jp
Home page http://www.iajapan.nite.go.jp/jcss/

# 目　次

# 1 序文

1.1 この文書は、校正における測定の不確かさの評価、及び校正証明書における不確かさの表明に関する原則と要求事項を定めたものである。その取り扱いは、全ての校正分野に応用できるよう、一般的な水準に保たれている。ここで記述されている方法は、この情報がより容易に適用されるよう、異なる分野におけるより具体的なアドバイスにより補足されなければならない。このような補足的ガイドラインを作成することによって、この文書に示された一般的原則が、異なる分野間における一貫性を確実にするために守られるべきである。

1.2 この文書内の記述は、「計測における不確かさの表現のガイド（以下「GUM」という。）」に従っている［文献 1］。GUM は、ほとんどの物理的計測の分野で採用することができる測定の不確かさの評価、及び表現に関する一般的規則を記述しているが、この文書は、校正事業者における、測定に対して最もふさわしい方法に焦点をしぼり、測定の不確かさを評価・表現するための明確で、かつ、調和した方法を説明する。

- この文書にとって基礎となる定義；
- 入力量についての測定の不確かさの評価方法；
- 出力量についての測定の不確かさと、入力量についての測定の不確かさとの関係；
- 出力量についての測定の拡張不確かさ；
- 測定の不確かさの表明；
- 測定の不確かさを計算する段階的な手順

ここで記述されている方法をそれぞれの分野における具体的な測定の問題に明確に適用するために検討された事例は、「JCSS 校正方法及び不確かさの見積もりに関するガイド集」において示されている。

1.3 ある量の単位又は一つ若しくは複数の値を、定義、実現、保存、再現するためのほぼ理想的な測定標準の校正を実施するときや、ある量の測定のために設計されたほぼ理想的な測定器の校正を実施するとき、JCSS では、**最高測定能力**とは、「校正事業者が認定の適用範囲内で達成できる最も小さい測定の不確かさである」と定義されている。認定された校正事業者の最高測定能力についての審査は、この文書で述べられている方法をもとにしなければならないが、通常、実験的な証拠により裏付けられるか、立証されなければならない。最高測定能力の審査に関する認定機関を助けるための情報は、付録 A に詳しく説明されている。

# 2 概略及び定義

注記：本文の内容に関係のある特殊な用語が、最初にこの文書に現れる場合、太字で書かれている。これらの用語の参照及び解説は、付録 B に書かれている。

2.1 測定結果の報告書は、測定対象量に帰属する値と、その値の測定の不確かさの両方が含まれない限り完成しない。この文書においては、測定された値に作用する影響量を含め、未知の量は全て、**ランダム変数**とみなされる。

2.2 **測定の不確かさ**とは、測定量に値付けされた値のばらつきを表し、測定結果に付随するパラメータである［文献 2］。この文書において、誤解の恐れがない場合、**「測定の不確かさ」**を短縮し、**「不確かさ」**が用いられる。測定における不確かさの典型的な原因については、付録 C に示されたリストを参照すること。

2.3 **測定対象量**とは、測定の対象となる特定の量のことである。校正では、次式の関数関係に従い、1 つだけの測定対象量、又は一般に複数の**入力量** $X_i$ $(i = 1,2,...,N)$ に依存する**出力量**を通常扱う。

$$Y = f(X_1, X_2, ..., X_N) \qquad \text{式（2.1）}$$

モデル関数 $f$ は、測定手順及び評価方法を表しており、それは出力量 $Y$ がどのように入力量 $X_i$ の値から得られるか、を表している。ほとんどの場合、それは解析的表現であろうが、系統効果の補正及び補正因子を含むような表現であることもあり、明確に 1 つの関数として書くことのできないより複雑な関係もある。さらに、$f$ は実験で決定される場合や、数値で評価されなければならないコンピュータアルゴリズムとしてのみ存在する場合、あるいはこれらの組み合わせであることもある。

2.4 各入力量 $X_i$ は、それらの量の値及びそれぞれの不確かさを決定する方法により 2 つのカテゴリーに分類できる：

(a) 実際の測定において、直接決定される推定値及び不確かさの量。これらの値は、1 回の観測、繰り返される観測、経験に基づく判断などから得ることができる。それらは、周囲温度、大気圧、湿度などの影響を及ぼす量に関する補正と同様、計測器の読みに対する補正値を求めることも含む。

(b) 校正された計測標準に伴う量、認証標準物質の量、ハンドブックから得られた参照データの量など、外部の情報より測定に導入される推定値及び不確かさの量。

2.5 測定量 $Y$ の推定値、すなわち、$y$ によって表される出力推定値は、入力量 $X_i$ の値に対する入力推定値 $x_i$ を用い、式（2.1）より求められる。

$$y = f(x_1, x_2, ..., x_N) \qquad \text{式（2.2）}$$

入力値は、モデルに対する全ての重要な影響に対して補正された最良推定値である、と考えられている。もしそうでなければ、それぞれの入力量に対する必要な補正項も含まれる。

2.6 ランダム変数に対して、分布の**分散**、**標準偏差**と呼ばれる分散の正の平方根が、値のばらつきの尺度として用いられる。$u(y)$ で表される出力推定値や測定結果 $y$ に付随する**測定の標準不確かさ**は、測定量 $Y$ の標準偏差である。それは、入力量 $X_i$ の推定値 $x_i$ 及びその標準不確かさ $u(x_i)$ から求められる。推定値の標準不確かさは推定値と同一の次元を持つ。**測定の相対標準不確かさ**が適切であることもある。それは推定値の測定の標準不確かさをその推定値の絶対値で除した値であり、無次元で

ある。推定値がゼロの場合、この概念は用いられない。

# 3　入力推定値の測定の不確かさの評価

## 3.1　一般的考察

3.1.1 入力推定値の測定の不確かさは、「タイプ A」又は「タイプ B」のいずれかの評価方法に従い評価される。
**標準不確かさのタイプ A 評価**は、一連の観測値の統計解析により不確かさを評価する方法である。この場合、標準不確かさは、算術平均、又は適切な回帰分析から得られた平均値の実験標準偏差になる。
**標準不確かさのタイプ B 評価**は、統計解析以外の方法によって不確かさを評価する方法である。この場合、標準不確かさの評価は、他の科学的知識を基にする。

注記：校正では稀であるが、量の取りうる全ての値が限界値の片側にある場合がある。よく知られている事例は、いわゆる余弦誤差である。このような特殊な事例の取り扱いに関しては、GUM を参照すること。

## 3.2　標準不確かさのタイプ A 評価

3.2.1 同一の測定条件で、1 つの入力量に対し、いくつかの独立な観測が行われた場合、標準不確かさのタイプ A 評価が適用できる。測定プロセスに十分な分解能があるならば、得られた値に散らばりや広がりが観測可能であろう。

3.2.2 繰り返し測定された入力量 $X_i$ が量 $Q$ であると仮定する。$n\ (n>1)$ 個の統計的に独立した測定値に対して、量 $Q$ の推定値は、個々の測定値 $q_j\ (j=1,2,...,n)$ の**平均値（相加平均）**$\overline{q}$ である。

$$\overline{q}=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}q_j \qquad \text{式（3.1）}$$

測定値 $\overline{q}$ の測定の不確かさは、次のいずれかの方法に従い評価される。

(a) 基礎をなす確率分布の分散の推定値は、次式で表される値 $q_j$ の**実験分散** $s^2(q)$ である。

$$s^2(q)=\frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}\left(q_j-\overline{q}\right)^2 \qquad \text{式（3.2）}$$

その（正の）平方根は、**実験標準偏差**と呼ばれる。相加平均 $\overline{q}$ の分散の最良推定値は、次式で表される**平均値の実験分散**である。

$$s^2(\overline{q}) = \frac{s^2(q)}{n} \qquad \text{式（3.3）}$$

その（正の）平方根は、**平均値の実験標準偏差**と呼ばれる。入力推定値$\overline{q}$の標準不確かさ$u(\overline{q})$は、平均値の実験標準偏差である。

$$u(\overline{q}) = s(\overline{q}) \qquad \text{式（3.4）}$$

注意：一般に、繰り返し測定の数$n$が小さい$(n < 10)$場合、式（3.4）で表された標準不確かさのタイプ A 評価の信頼性は、検討されなければならない。もし観測の回数を増やすことができない場合は、本文に示された他の標準不確かさの評価方法を検討しなければならない。

(b) はっきりと素性が知られ、統計的管理の下にある測定では、限られた観測回数から得られた推定標準偏差に比べ、よりよくばらつきを示すものとして、合成又は**プールされた分散の推定値**$s_\mathrm{p}^2$が利用できる場合もある。入力量$Q$の値が、少ない回数$n$の平均値$\overline{q}$とされる独立した測定値の場合、その平均値の分散は次式から推定される。

$$s^2(\overline{q}) = \frac{s_\mathrm{p}^2}{n} \qquad \text{式（3.5）}$$

標準不確かさは、式（3.4）から推定される。

## 3.3 標準不確かさのタイプ B 評価

3.3.1 標準不確かさのタイプ B 評価は、統計的な解析以外の方法による、入力量$X_i$の推定値$x_i$の不確かさの評価方法である。標準不確かさ$u(x_i)$は、$X_i$の起こり得る変動に関して入手可能な全ての情報に基づく科学的判断によって評価される。この分類に属する値は以下のものから得ることができる。

- 以前の測定データ；
- 関連物質及び測定器の作用及び特性に関する経験又は総合的知識；
- 製造者の仕様；
- 校正や他の証明書に定められたデータ；
- ハンドブックから選ばれた参照データに記載された不確かさ；

3.3.2 測定の標準不確かさのタイプ B 評価に関する入手可能な情報を適切に利用するには、経験及び総合的知識に基づく洞察力が必要とされる。それは実務によって習得することができる技能である。特にタイプ A 評価が統計的に独立した比較的少ない観測回数を基にしている測定状態では、根拠が十分にある標準不確かさのタイプ B

評価は、標準不確かさのタイプ A 評価と同様に信頼できる。次のケースが認識されなければならない。

(a) 単一の測定値、以前の測定の結果として得られる値、文献に基づく参照値、補正値など、量 $X_i$ に対し**単一の値**のみが知られている場合、この値は $x_i$ に使用される。$x_i$ の標準不確かさ $u(x_i)$ が示されていた場合、それが採用される。そうでなければ、それは明白な不確かさのデータから計算されなければならない。もしこの種のデータが利用できない場合、不確かさは経験に基づき評価がなされなければならない。

(b) 理論や経験に基づいて、量 $X_i$ に対し、ある**確率分布**が想定できるとき、適切な期待値や期待された値は推定値 $x_i$、この分布の分散の平方根は標準不確かさ $u(x_i)$ としてそれぞれ見なされる。

(c) 量 $X_i$ の値に関し、**上限** $a_+$ 及び**下限** $a_-$ のみが推定できる場合には（例えば測定器の製造者仕様、温度範囲、自動データ修正により生ずる丸め又は切り捨て誤差）、これらの限界内で一様な確率密度（矩形確率分布）をもつ確率分布が、この入力量 $X_i$ のばらつきとして想定される。これは上記の(b)により、推定値は、次式のようになる。

$$x_i = \frac{1}{2}(a_+ + a_-) \qquad \text{式（3.6）}$$

そして、標準不確かさの平方は、次式で表される。

$$u^2(x_i) = \frac{1}{12}(a_+ + a_-)^2 \qquad \text{式（3.7）}$$

限界値の間の差が $2a$ で示される場合、式（3.7）は次式で表される。

$$u^2(x_i) = \frac{1}{3}a^2 \qquad \text{式（3.8）}$$

入力量 $X_i$ についての知識が不十分でばらつきの限度値以外の情報がないときには、矩形分布を用いることは、妥当である。問題としている量の値が、ばらつきの限界付近の値よりばらつきの区間の中心付近に存在すると思われる場合は、三角形分布又は正規分布がよりよいモデルになる。一方、限界付近の値が中心付近の値より多く存在すると思われる場合は、$U$ 形分布の方がより適切と考えられる。

## 4. 出力推定値の標準不確かさの計算

4.1 相関のない入力量に関して、出力推定値 $y$ の標準不確かさの平方は次式によって示される。

$$u^2(y)=\sum_{i=1}^{N}u_i^2(y)$$ 式（4.1）

注記：校正では稀であるが、モデル関数が強度に非線形である場合や、いくつかの感度係数［式（4.2）及び式（4.3）を参照］がゼロになり、式（4.1）に高次の項が含まれなければならない場合がある。そのような特別の場合の取り扱いに関しては、GUM を参照すること。

量 $u_i(y)\ (i=1,2,...,N)$ は、入力推定値 $x_i$ の標準不確かさから生じる出力推定値 $y$ の標準不確かさに対しての寄与成分である。

$$u_i(y)=c_i u(x_i)$$ 式（4.2）

ただし、$c_i$ は、入力推定値 $x_i$ の**感度係数**、すなわち、入力推定値 $x_i$ で推定される $X_i$ に関するモデル関数 $f$ の偏導関数である。

$$c_i=\frac{\partial f}{\partial x_i}=\left.\frac{\partial f}{\partial X_i}\right|_{X_1=x_1 \ldots X_N=x_N}$$ 式（4.3）

**4.2** 感度係数 $c_i$ は、入力推定値 $x_i$ の変動によって出力推定値 $y$ が影響される度合いを表す。それは、式（4.3）又は数学的手法を用いて、モデル関数 $f$ から評価することができる。数学的手法とは、$+u(x_i)$ 及び $-u(x_i)$ の入力推定値における変化による出力推定値の変化を計算することである。$y$ における差を $2u(x_i)$ で割った結果を $c_i$ の値として求めることである。時には、$x_i \pm u(x_i)$ などにおける測定を繰り返すことにより、実験から出力推定値 $y$ の変化を算出することがより適切であることがある。

**4.3** $u(x_i)$ は常に正であるが、式（4.2）による寄与成分 $u_i(y)$ は、感度係数 $c_i$ の符号により正又は負のいずれかである。相関のある入力量の場合には、$u_i(y)$ の符号を考慮しなければならない。付録 D の式（D4）を参照。

**4.4** もしモデル関数 $f$ が、入力量 $X_i$ の和又は差であるとすると、

$$f(X_1,X_2,...,X_N)=\sum_{i-1}^{N}p_i X_i$$ 式（4.4）

式（2.2）による出力推定値は、対応する入力推定値の和又は差によって与えられる。

$$y = \sum_{i=1}^{N} p_i x_i \qquad \text{式（4.5）}$$

感度係数は $p_i$ に等しく、式（4.1）は次式で表すことができる。

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^{N} p_i^2 u^2(x_i) \qquad \text{式（4.6）}$$

**4.5**　もしモデル関数 $f$ が入力量 $X_i$ の積又は商であるとすると、

$$f(X_1, X_2, \ldots, X_N) = c\prod_{i=1}^{N} X_i^{p_i} \qquad \text{式（4.7）}$$

ここでも、出力推定値は、入力推定値の積又は商に対応したものになる。

$$y = c\prod_{i=1}^{N} x_i^{p_i} \qquad \text{式（4.8）}$$

この場合の感度係数は $p_i y / x_i$ に等しく、式（4.6）が式（4.1）から求められたように、もし $w(y) = u(y)/|y|$ 及び $w(x_i) = u(x_i)/|x_i|$ とすれば、相対標準不確かさは次式で表すことができる。

$$w^2(y) = \sum_{i=1}^{N} p_i^2 w^2(x_i) \qquad \text{式（4.9）}$$

**4.6**　もしふたつの入力量 $X_i$ 及び $X_k$ がある程度の**相関関係**にある場合、すなわちそれらが相互に依存しているならば、それらの**共分散**もまた、不確かさへの寄与成分として考慮に入れなければならない。詳細は、付録 D を参照すること。相関の影響を考慮に入れるかどうかは、測定プロセスに対する知識及び、入力量の相互依存性の判断による。一般的に、入力量の間の相関を無視すると、測定量の標準不確かさを間違って評価しかねないということを心に留めておくべきである。

**4.7**　ふたつの入力量 $X_i$ 及び $X_k$ の推定値の共分散は、下記の場合においてゼロであるか、無視できるとみなすことができる。

(a) それらが、異なる独立した実験において、同時ではなく繰り返して観測されている、独立して実施されている異なる評価の結果として生じる量を表している、というような理由で、入力量 $X_i$ 及び $X_k$ が独立である場合。
(b) 入力量 $X_i$ 及び $X_k$ のどちらかを定数として扱うことができる場合。

(c) 入力量 $X_i$ と $X_k$ の相関関係の存在を示す情報が調査により得られない場合。

相関はモデル関数を適切に選択することによって除去できることもある。

4.8 測定に関する不確かさの解析ー時には、測定の不確かさのバジェットと呼ばれるーには、測定の標準不確かさとともに、全ての不確かさの原因のリスト、及びそれらを評価する手法が含まれるべきである。繰り返された測定に関しては、観測の数 $n$ も明記されなければならない。分かりやすくするために、この解析に関係のあるデータを表の形式で提示するよう推奨される。その表において、全ての量は物理記号 $X_i$、又は短い識別子によって参照されるべきである。それぞれの量に対して、少なくとも、推定値 $x_i$、その測定の標準不確かさ $u(x_i)$、感度係数 $c_i$ 及び個別の不確かさの寄与成分 $u_i(y)$ は明細に記されるべきである。それぞれの量の次元も、表の中で数値とともに明示されるべきである。

**4.9** 相関のない入力量の場合の例が、表 4.1 に示されている。表の最下段の右角に示されている測定結果の測定の標準不確かさ $u(y)$ は、一番右の欄に記載されている全ての不確かさの寄与成分の平方和の平方根である。表の灰色部分は記入しない。

**表 4.1： 測定の不確かさの解析で用いられる量、推定値、標準不確かさ、感度係数及び標準不確かさへの寄与の整理された配列の概略図**

| 量<br>$X_i$ | 推定値<br>$x_i$ | 標準不確かさ<br>$u(x_i)$ | 感度係数<br>$c_i$ | 標準不確かさへの寄与<br>$u_i(y)$ |
|---|---|---|---|---|
| $X_1$ | $x_1$ | $u(x_1)$ | $c_1$ | $u_1(y)$ |
| $X_2$ | $x_2$ | $u(x_2)$ | $c_2$ | $u_2(y)$ |
| : | : | : | : | : |
| $X_N$ | $x_N$ | $u(x_N)$ | $c_N$ | $u_N(y)$ |
| $Y$ | $y$ | | | $u(y)$ |

## 5. 測定の拡張不確かさ

**5.1** JCSS によって認定された校正事業者は、出力推定値 $y$ の標準不確かさ $u(y)$ に**包含係数** $k$ を乗じることにより得られる**測定の拡張不確かさ** $U$ を表明しなければならない。

$$U = ku(y) \qquad \text{式（5.1）}$$

測定量の分布が正規（ガウス）分布で、出力推定値の標準不確かさが十分信頼性を有する場合、標準的な包含係数 $k = 2$ を用いなければならない。この拡張不確かさは、約 95 %の**包含確率**に対応する。これらの条件は実際の校正作業では十分満足できる。

**5.2** 正規分布の推定は、いつも簡単に実験で確認できるとは限らない。しかしながら、正規分布や矩形分布のように、独立した量で素性がよく把握されている確率分布から導かれる複数（言い換えると $N \geq 3$）の不確かさの大きさが、同じ程度で出力推定値の標準不確かさに寄与する場合には、中心極限定理の条件が満たされ、出力量の分布が正規分布になるということがおおよそ推定できる。

**5.3** 出力推定値に付与された標準不確かさの信頼性は、その有効自由度（付録 E 参照）によって左右される。しかしながら、いずれの不確かさの寄与も、10 回未満の繰り返し観測を基にしたタイプ A 評価から得られていないならば、信頼性は常に満たされると判断できる。言い換えると「いずれの不確かさの寄与も、10 回以上の繰り返し観測を基にしたタイプ A 評価又はタイプ B 評価から得られているならば、信頼性は常に満たされる。」と判断できる。

**5.4** これらの条件（正規性又は十分な信頼性）の一つが満たされないとすると、標準包含係数 $k = 2$ は、95 %より少ない包含確率に対応する拡張不確かさになる可能性がある。これらの場合には、拡張不確かさの値が確実に通常の場合と同じ包含確率（すなわち、約 95 %の包含確率）に対応するよう他の手順に従わなければならない。試験所間比較の結果を評価する時や、仕様への従順性を評価する時など、同一量の測定結果 2 つの比較を必要とする時はいつでも、ほぼ同一の包含確率の使用が不可欠である。

**5.5** もし、正規分布が想定できるとしても、なお出力推定値の標準不確かさの信頼性が低いということもある。このような場合において、繰り返し測定の数 $n$ を増やすこと（特に、5.7 で述べる支配的に寄与する標準不確かさの要因の繰り返し測定の数 $n$ を増やすことが望ましい。）、信頼性の劣るタイプ A 評価の代わりにタイプ B 評価を用いることが便宜的ではない場合、付録 E に示される方法を用いるべきである。ただし、付録 E の方法は、次の点において、特に産業界における不確かさの利用においては、必ずしも有用とならないことがありうるので注意が必要である。

- 付録 E の方法を用いても、測定の不確かさの再現性（この再現性とは、次回の不確かさ評価で同様の値が得られるかどうかという意味。）は改善されない。
- 統計学における自由度と異なり、不確かさ評価における有効自由度の計算の妥当性を根拠付けにくいことがある（例えば、正規分布でない変数が存在するとき。）。

**5.6** それ以外の場合、すなわち、正規分布であることを正当化することができない場合、約 95 %の包含確率に対応する包含係数 $k$ の値を得るために、実際の出力推定値の確率分布における情報が用いられなければならない。

**5.7** 実際の出力推定値の確率分布を正確に推定することが困難なときは、その出力推定値の合成標準不確かさに対して支配的に寄与する標準不確かさの要因（注記）に着目する。このことにより、5.5 ただし書きで懸念される事項を回避することが可能となる。

支配的に寄与する標準不確かさの要因が 1 つでその確率分布が矩形分布のときは、出力推定値の確率分布も矩形分布を仮定できる。また、支配的に寄与する標準不確かさの要因が 2 つでこれらの確率分布が両方とも矩形分布のときは、これらの要因が同じ大きさのときは出力推定値の確率分布は三角形分布、異なる大きさのときは出力推定値の確率分布は台形分布を仮定できる。

出力推定値の確率分布が矩形分布及び三角形分布を仮定でき、もとの矩形分布の限界が付録 E.2 のように選択されているとき、約 95 %の包含確率に対応する包含係数の値は、それぞれ次のようになる。これらの 2 未満の包含係数を丸めるときは、2 桁又は 1 桁に切り上げられた値が用いられるべきであり、1 桁に丸められたときの包含係数はいずれも $k=2$ となる。

- 出力推定値の確率分布が矩形分布のとき ; $k=1.65$
- 出力推定値の確率分布が三角形分布のとき ; $k=1.90$

注記)「合成標準不確かさに対して支配的に寄与する」とは、合成標準不確かさ $u_c^2$ のうちの最大の標準不確かさ成分又は大きな順番に複数の標準不確かさ成分を合成したものを $u_d^2$ (d:dominant) とすると、$u_d^2 \geq 0.8u_c^2$ となるようにしたとき、$u_d^2$ に含まれる全ての標準不確かさ成分を「支配的に寄与する」成分とみなす。

## 6. 校正証明書における測定の不確かさの表明

**6.1** 校正証明書では、測定対象量の推定値 $y$ 及び拡張不確かさ $U$ からなる完全な測定結果が、$(y \pm U)$ の形で与えられなければならない。これには、内容を説明する注釈が付け加えられなければならず、この注釈は一般的な場合、次のような内容とすべきである。

*報告された測定の拡張不確かさは、測定の標準不確かさに包含係数 $k=2$ を乗じたものとして表明され、そのことは正規分布に関して、約 95 %の包含確率に対応する。測定の標準不確かさは、JCSS 刊行の JCG200 に従い決定されている。*

この注釈は最も簡潔な場合、次のような内容とすべきである。

*包含係数 $k=2$、信頼の水準(又は包含確率)約 95 %*

**6.2** しかしながら、付録 E の手順に従っている場合には、付け加えられる注釈は次のような内容とすべきである。

*報告された測定の拡張不確かさは、測定の標準不確かさに包含係数 $k=XX$ を乗じたものとして表明され、そのことは有効自由度 $\nu_{\mathrm{eff}}=YY$ に基づく $t$ 分布に関して、約 95 %の包含確率に対応する。測定の標準不確かさは、JCSS 刊行の JCG200 に従い決定されている。*

この注釈は最も簡潔な場合、次の何れかのような内容とすべきである。

*包含係数 $k = XX$、信頼の水準（又は包含確率）約 95 %*
*包含係数 $k = XX$、有効自由度 $\nu_{\mathrm{eff}} = YY$、信頼の水準（又は包含確率）約 95 %*

**6.3** 測定の不確かさの数値は、せいぜい二桁の有効数字で与えられるべきである。測定結果の数値は、最終的な表明において、通常測定結果に付される拡張不確かさの値における最小有効数字に丸められることが望ましい。測定の不確かさの丸めの方法に関しては、数字の丸めに関する一般的な基準を用いられなければならない（丸め方のさらなる詳細については、ISO31-0:1992、付録 B を参照）。しかしながら、もしその丸めが測定の不確かさの数値を 5 %以上低下させるならば､切り上げられた値が用いられるべきである。

## 7. 測定の不確かさを計算するための段階的手順

**7.1** 次の事項は、実際にこの文書を利用するための手引きである（別の補足文書にある実例を参照）:

(a) 式（2.1）に従い、入力量 $X_i$ と測定対象量（出力量）$Y$ の関係を数学的表記で表す。2 つの標準器の直接比較の場合には、$Y = X_1 + X_2$ のように、式は非常に簡単なものになる。

(b) 全ての重要な補正を確認し、適用する。

(c) 4 節に従い、不確かさの解析の様式で、全ての不確かさの原因を列挙する。

(d) 3.2 項に従い、繰り返し測定された量に対し標準不確かさ $u(\overline{q})$ を計算する。

(e) 以前の測定の結果として得られる値、補正値、文献からの値など、単一の値に対しては、示されているか、又は 3.3.2(a)項に従って計算することができる場合には、標準不確かさを採用する。使用される不確かさの表記に注意すること。標準不確かさを得るデータがない場合は、科学的経験を基にして $u(x_i)$ の値を表明すること。

(f) 確率分布が知られているか、推測できる入力量に対しては、3.3.2(b)項に従い期待値及び標準不確かさ $u(x_i)$ を計算すること。上限と下限のみが示されているか、又は推定できる場合は、3.3.2(c)項に従い標準不確かさを計算すること。

(g) 個々の入力量に対し、式（4.2）及び式（4.3）に従い入力推定値 $x_i$ から生ずる出力推定値の不確かさに対する寄与 $u_i(y)$ を計算し、測定量の標準不確かさ $u(y)$ の平方を得るために、式（4.1）において説明されているようにそれらの平方を合計すること。もし入力量が相関関係にあると知られているならば、付録 D に示される手順を適用すること。

(h) 出力推定値の標準不確かさ $u(y)$ に、5 節に従い選ばれた包含係数 $k$ を乗じ拡張

不確かさを計算すること。

(i) 6 節に従い、測定量の推定値 $y$ 、拡張不確かさ $U$、包含係数 $k$ からなる測定の結果を、校正証明書で報告すること。

## 8. 文献

(1) 計測における不確かさの表現のガイド(GUM:1995)、初版 1993 年、修正版 1995 年、国際標準化機構（スイス・ジュネーブ）（ISO/IEC Guide 98-3:2008）

(2) 国際計量基本用語集（VIM:1993）、第 2 版 1993 年、国際標準化機構（スイス・ジュネーブ）

注記：VIM は、2007 年に改正され、ISO/IEC Guide 99:2007（VIM3：国際計量計測用語－基本及び一般概念並びに関連用語）が発行された。この文書の訳語の一部は、VIM3 の訳語を用いている。

(3) 国際規格 ISO 3534-1、統計－用語と記号－第 1 部：一般統計用語及び確率で用いられる用語、初版 1993 年、国際標準化機構（スイス・ジュネーブ）

注記：ISO 3534-1 は、2006 年に改正され、第 2 版が発行された。

## 付録 A　最高測定能力の審査についてのコメント

**A1**　最高測定能力（本文の 1 節を参照）は、認定校正事業者の適用範囲を定義するのに用いられるパラメータの一つであり、その他は物理量、校正方法、校正される機器の種類、測定範囲がある。最高測定能力は、通常、**認定計画書**に明記するか、ほとんどの場合、認定の証拠として発行される**認定の決定書**又は**認定証**のいずれかをサポートする文書において明記される。時には、認定計画書とサポート文書の両方に明記されることがある。最高測定能力は、認定機関が定期的に発行する認定事業者のダイレクトリから入手できる不可欠な情報の一つであり、認定事業者の潜在的顧客が、事業者又は現地において特定の校正業務を実施する事業者の適合を判断するために用いられる。

**A2**　異なる校正事業者、とりわけ異なる認定機関によって認定された事業者の能力比較を可能とするため、最高測定能力の表明は統一される必要がある。これを容易にするために、本文に報告された定義を基に最高測定能力という用語に対し、いくつかの説明が次に示されている。

**A3**　「おおよそ日常的な校正」とは、認定の下で実施する**通常**の校正業務において、表明された能力を達成することができなければならないという意味である。校正事業者が広範囲の科学的調査及び追加的対策の結果としてよりよい測定能力を発揮できる場合もあり得るだろうが、そのような科学的調査を行うことが校正事業者の明確な方針でない限り、そのようなケースは最高測定能力の定義でカバーされない。

**A4**　修飾語「ほぼ理想的な」の定義の意味に含まれるのは、最高測定能力は校正される装置の特性に依存すべきではない、ということである。このように、ほぼ理想的な状態という概念に固有のものは、校正される装置の不完全さによって生じたとみなされる物理的影響が、測定の不確かさに重大な寄与を与えるべきではないということである。しかしながら、このような装置が利用できるべきであることが理解されるべきである。ほぼ理想的と考えられる測定器の特性は校正の現場に依存するが、非常に低い偶然変動、無視できる温度係数、非常に低い電圧影響係数等をもつ測定器を含んでもよい。もしこれが特定のケースで確立される場合、ほぼ理想的と考えられる測定器の特性からの寄与として、不確かさの値が仮にゼロ又は無視し得る値であっても、最高測定能力を示す不確かさの見積もりの決定（測定に関する不確かさの解析：4.8 項参照）に記載しなければならず、また、その種類の装置の校正にのみ最高測定能力を参照できること、すなわち、最高測定能力を達成できる条件を表明すべきである。

**A5**　最高測定能力の定義は、事業者が**その認定**において、最高測定能力より小さな測定の不確かさを主張する権利が与えられていないことを示唆するものである。これは、実際の校正プロセスが測定の不確かさを著しく増加させることが明らかな場合は、常に最高測定能力に対応する不確かさよりも大きな不確かさを表明することが事業者に求められなければならないことを意味する。概して、校正中の機器は測定の不確かさに一定の寄与を与える。いうまでもなく、**実際の**測定の不確かさは、最高測定能力より決して小さくはない。実際の不確かさを表明する際、事業者はこの文書の原則を適用することが問われなければならない。

**A6** 最高測定能力の定義によれば、その概念は事業者が、認定事業者として地位を主張する結果に対してのみ適用できることを指摘するべきである。したがって、厳密に言えば、この用語は管理的特性であり、事業者の実際の技術能力を必ずしも反映する必要はない。もし事業者がそうする内部理由があるならば、その技術能力よりも大きな測定の不確かさで認定の申請をすることが可能であるべきである。そのような内部理由は、通常、研究や及び開発業務を行っている場合や、特別の顧客に対しサービスを提供している場合など、外部の顧客に対し本当の能力を秘密にしなければならない場合が含まれる。もし事業者があるレベルの校正を実施する能力があるならば、認定機関は申請があったレベルに対し認定を認めるべきである（この考えは、最高測定能力のみではなく、校正事業者の認定範囲を定義する全てのパラメータに対し適用される。）。

JCSS においては、様々なタイプの校正品目に対して同じ測定の不確かさで校正事業を行うようなケースがある。このような場合、校正される装置は「ほぼ理想的なもの」ではなく現実的なものとなり、校正事業者がもつ技術能力よりも大きな測定の不確かさとなる。このような認定の申請を校正事業者が希望するときは、最高測定能力を明確にする測定の不確かさについて、管理的特性と整合したものとしなければならない（例えば、校正される装置の特性や、校正に用いる設備について、実際の能力よりも大きな管理値を設定するなどの方法が考えられる。）。

**A7** 最高測定能力の審査は、認定機関の仕事である。最高測定能力を明確にする測定の不確かさの推定は、前 A6 項に該当する場合（技術能力よりも大きな測定の不確かさで認定の申請をする場合）を除いて、この文書に規定された手順に従うべきである。最高測定能力は、拡張不確かさの形で、包含確率（又は信頼の水準）約 95 %で表明されなければならない（本文の 5 節参照）。

注記：ILAC-P14:11/2010 の 5.3 項の定めにより、ILAC 署名認定機関は「CMC（最高測定能力）によって包含される不確かさは、約 95 %の特定の包含確率がある拡張不確かさとして表明しなければならない。」ことが要求されている。

**A8** 最高測定能力を評価するときは、測定の不確かさに対し大きく寄与しているすべての要因が考慮されなければならない。時間や他の物理量によって変化することが知られている寄与の評価は、通常の作業条件の下で生じると想定される変動の限界値を基にすることができる。たとえば、もし使用されるワーキングスタンダードがドリフトすることが分かっているならば、ワーキングスタンダードの不確かさの寄与を評価するとき、そのワーキングスタンダードの継続的かつ長期にわたる校正の間にドリフトによって引き起こされる寄与を考慮に入れなければならない。

**A9** 標準抵抗器を校正しているときの供給電圧の周波数など、ある分野においては、測定の不確かさは追加的なパラメータに依存することがある。そのような追加的なパラメータは、問題の物理量及び追加的なパラメータに対して指定された最高測定能力とともに表明されなければならない。これは、しばしばこれらのパラメータの関数として最高測定能力を与えることにより可能になる。

**A10** 最高測定能力は通常、数値的に表明されるべきである。最高測定能力が、関係する量（又は他の何らかのパラメータ）の関数である場合には解析的形式で示されるべ

きであるが、この場合は図表によりその記述をサポートすることが説明に役立つであろう。最高測定能力が絶対的な値（拡張不確かさ）又は相対的な値（相対拡張不確かさ）のどちらで与えられているかについては、常に疑いの余地がなく明りょうであるべきである（通常は妥当な単位が含まれていることが必要となるが、拡張不確かさが無次元量である場合には、相対拡張不確かさとの混同を避けるため別の表明方法が必要となる。）。

**A11** 審査は、この文書の手順に基づいて行われるべきであるが、本文中では、審査は通常、実験的検証により支援又は確認されなければならないという要求事項がある。この要求事項の意味は、認定機関による審査が測定の不確かさの評価だけに依存すべきではないということである。評価を実施する試験所間比較は、認定機関の監督の下か、代理の監督の下で実施されなければならない。

## 付録 B　関連用語の解説

**B1**　**相加平均**（ISO3534-1 用語 2.26）
値の和を値の数で除したもの。

**B2**　**最高測定能力**（1 節）
ある校正事業者が、ある測定量の一つの単位又は一つ以上の値を定義、実現、又は再現しようとするほぼ理想的な測定標準（校正対象物）のおおよそ日常的な校正を実施する場合、又は、該当する量の測定のために設計されたほぼ理想的な測定器のおおよそ日常的な校正を実施する場合において認定の範囲内で達成できる測定の最小不確かさ。

**B3**　**相関**（ISO3534-1 用語 1.13）
二つ以上の確率変数をもつ分布の範囲での、二個又は数個の確率変数の間の関係。

**B4**　**相関係数**（GUM C3.6 項より）
二つの確率変数の相対的な相互依存性の尺度であり、それらの共分散の、それぞれの分散の積の正の平方根に対する比に等しい。

**B5**　**共分散**（GUM C3.4 項より）
二つの確率変数の相互依存性の尺度であり、二つの確率変数のそれぞれの期待値からの偏差の積の期待値に等しい。

**B6**　**包含係数**（GUM 用語 2.3.6）
測定の拡張不確かさを求めるために測定の標準不確かさに乗じる数として用いる数値係数。
注記：VIM3 用語 2.38 で、次のとおり定義している。
**2.38 包含係数**（coverage factor）
拡張測定不確かさを得るために合成標準測定不確かさに乗じる、1 より大きい数。

**B7**　**包含確率**（GUM 用語 2.3.5 注 1 より）
合理的に測定対象量に結び付け得る測定の結果である値の分布の一部であり、通常大きい。
注記：VIM3 用語 2.37 で、次のとおり定義している。
**2.37 包含確率**（coverage probability）
測定対象量の真の量の値の集合が、特定の包含区間に含まれる確率。

**B8**　**実験標準偏差**（VIM 用語 3.8）
実験分散の正の平方根。

**B9**　**拡張不確かさ**（GUM 用語 2.3.5）
測定の結果について、合理的に測定量に結び付け得る値の分布の大部分を含むと期待される区間を定める量。
注記：VIM3 用語 2.35 で、次のとおり定義している。
**2.35 拡張測定不確かさ**（expanded measurement uncertainty）、**拡張不確かさ**

（expanded uncertainty）
合成測定標準不確かさと 1 より大きい係数との積。

B10 **実験分散**（GUM 4.2.2 項より）
本文の式（3.2）によって示される同じ測定対象量の連続する $n$ 回の観測値のばらつきを特徴付ける量。

B11 **入力推定値**（GUM 4.1.4 項より）
測定結果の評価において用いられる入力量の推定値。

B12 **入力量**（GUM 4.1.2 項より）
測定結果を評価する過程において考慮に入れられる、測定対象量が依存する量。
注記：VIM3 用語 2.50 で、次のとおり定義している。
**2.51 測定モデルの入力量**（input quantity in a measurement model），**入力量**（input quantity）
測定対象量の測定された量の値を計算するために必要な、測定しなければならない量、又はその値を別の方法で得ることができる量。

B13 **測定対象量**（VIM 用語 2.6）
測定の対象となる特定の量。
注記：VIM3 用語 2.3 で、次のとおり定義している。
**2.3 測定対象量**（measurand）
測定を意図した量。

B14 **出力推定値**（GUM 4.1.4 項より）
モデル関数によって入力推定値から計算される測定結果。

B15 **出力量**（GUM 4.1.2 項より）
測定の評価において測定対象量を表す量。
注記：VIM3 用語 2.51 で、次のとおり定義している。
**2.51 測定モデルの出力量**（output quantity in a measurement model），**出力量**（output quantity）
測定された量の値が測定モデルの入力量の値を用いて計算される量。

B16 **プールされた分散の推定値**（GUM 4.2.4 項より）
統計的管理下にあるはっきりと素性が知られた測定において、同じ測定対象量の長期の連続した観測値から得られる実験分散の推定値。

B17 **確率分布**（ISO3534-1 用語 1.3）
確率変数がなんらかの与えられた値をとる、又は与えられた値の組に属する確率を与える関数。

B18 **確率変数**（ISO3534-1 用語 1.2）
ある特定の値の組のうちの任意の値をとることができ、確率分布と関連付けられる変数。

**B19** **測定の相対標準不確かさ**（GUM 5.1.6 項より）
ある量の推定値で除したその量の標準不確かさ。
注記：VIM3 用語 2.32 で、次のとおり定義している。
**2.32 相対標準測定不確かさ**（relative standard measurement uncertainty）
標準測定不確かさを測定された量の値の絶対値で除したもの。

**B20** **入力推定値の感度係数**（GUM 5.1.3 項より）
ある入力推定値における微小変化で除した、その入力推定値の微小変化によって生じる出力推定値における微小変化。

**B21** **標準偏差**（ISO3534-1 用語 1.23 より）
確率変数の分散の正の平方根。

**B22** **測定の標準不確かさ**（GUM 用語 2.3.1）
標準偏差として表した測定不確かさ。
注記：VIM3 用語 2.30 では、**標準測定不確かさ**（standard measurement uncertainty），**測定の標準不確かさ**（standard uncertainty of measurement），**標準不確かさ**（standard uncertainty）として定義している。

**B23** **タイプ A の評価方法**（GUM 2.3.2 項）
一連の観測値の統計的解析による測定の不確かさの評価方法。
注記：VIM3 用語 2.28 で、次のとおり定義している。
**2.28 測定不確かさのタイプ A 評価**（Type A evaluation of measurement uncertainty），**タイプ A 評価**（Type A evaluation）
定義された測定条件下で得られる測定された量の値の統計解析による測定不確かさの成分の評価。

**B24** **タイプ B の評価方法**（GUM 3.3 項）
一連の観測値の統計的解析以外の手段による測定の不確かさの評価方法。
注記：VIM3 用語 2.29 で、次のとおり定義している。
**2.29 測定不確かさのタイプ B 評価**（Type B evaluation of measurement uncertainty），**タイプ B 評価**（Type B evaluation）
測定不確かさのタイプ A 評価以外の方法で決定される測定不確かさの成分の評価。

**B25** **測定の不確かさ**（VIM 用語 3.9）
測定の結果に付随した、合理的に測定対象量に結び付けられ得る値のばらつきを特徴付けるパラメータ。
注記：VIM3 用語 2.26 で、次のとおり定義している。
**2.26 測定不確かさ**（measurement uncertainty），**測定の不確かさ**（uncertainty of measurement），**不確かさ**（uncertainty）
用いる情報に基づいて、測定対象量に帰属する量の値のばらつきを特徴付ける負ではないパラメータ。

**B26** **分散**（ISO3534-1 用語 1.22 より）

確率変数の期待値に対する確率変数の偏差の平方の期待値。

## 付録 C　測定の不確かさの原因

**C1**　測定結果の不確かさは、測定対象量の値についての完全な知識が欠けていることを反映している。完全な知識は膨大な量の情報を必要とする。不確かさに寄与する現象、すなわち、測定結果が特定の値によって特徴付けることができないという事実に寄与する現象が、不確かさの原因と呼ばれる。実際の測定における不確かさの原因には、次のように多くの可能性がある［GUM］。

(a) 測定対象量の不完全な定義；

(b) 測定対象量の定義の不完全な認識；

(c) 代表的でないサンプリングー測定される試料が定義された測定対象量を代表していないことがある；

(d) 環境条件の影響の不適切な認識、又は環境条件の影響の不完全な測定；

(e) アナログ計器の読みにおける個人差；

(f) 計器の分解能の限界、又は識別限界；

(g) 測定標準及び標準物質の不正確な値；

(h) 外部の情報源から得られ、かつ、データ補正アルゴリズムに用いられる、定数及び他のパラメータの不正確な値；

(i) 測定の方法及び手順に組み込まれる近似と仮定；

(j) みかけ上同一の条件のもとでの測定対象量の繰り返し観測における変動。

**C2**　これらの原因は必ずしも独立である必要はない。(a)から(i)までの原因のいくつかは、(j)に寄与することがある。

## 付録 D　相関のある入力量

**D1**　もし、二つの入力量 $X_i$ 及び $X_k$ が、ある程度の相関関係にあると知られていれば、すなわち、もし、それらがお互いに何らかの方法で依存しているならば、二つの推定値 $x_i$ 及び $x_k$ の**共分散**

$$u(x_i, x_k) = u(x_i)u(x_k)r(x_i, x_k) \quad (i \neq k) \qquad \text{式（D.1）}$$

は、不確かさに追加されなければならない。相関の程度は、**相関係数** $r(x_i, x_k)$ によって特徴付けられる（ここで、$i \neq k$ 及び $|r| \leq 1$ である。）。

**D2**　二つの量 $P$ 及び $Q$ に対して、同時に繰り返された観測についての、$n$ 個の独立な組の場合には、相加平均 $p$ 及び $q$ の共分散は、次式により与えられる。

$$s(\overline{p}, \overline{q}) = \frac{1}{n(n-1)}\sum_{j=1}^{n}(p_j - \overline{p})(q_j - \overline{q}) \qquad \text{式（D.2）}$$

そして、$r$ は、代入により式（D.2）から計算できる。

**D3**　影響量に関する、何らかの相関の程度は、経験に基づかなければならない。
相関が存在するときは、式（4.1）は、次式に置き換えられなければならない。

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^{N} c_i^2 u^2(x_i) + 2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{k=i+1}^{N} c_i c_k u(x_i, x_k) \qquad \text{式（D.3）}$$

ここで、$c_i$ 及び $c_k$ は、式（4.3）で定義された感度係数である。上式はまた、次のように表せる。

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^{N} u_i^2(y) + 2\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{k=i+1}^{N} u_i(y)u_k(y)r(x_i, x_k) \qquad \text{式（D.4）}$$

入力推定値 $x_i$ の標準不確かさから結果として生じる出力推定値 $y$ の標準不確かさに対する寄与 $u_i(y)$ は、式（4.2）で与えられている。式（D.3）又は式（D.4）中の第二番目の項は、その符号が負になるかもしれないことに注意すべきである。

**D4**　実際には、入力量の値の評価において、同一の物理的参照標準、測定器、参照データか、又は値の評価において大きな不確かさを持つ測定方法であっても、入力量の間にはしばしば相関関係を生じることがある。一般性を失わずに、$x_1$ 及び $x_2$ によって推定される二つの入力量 $X_1$ 及び $X_2$ が、独立変数の組 $Q_l$ $(l = 1,2,...,L)$ に依存すると仮定する。

$$X_1 = g_1(Q_1, Q_2, ..., Q_L,)$$
$$X_2 = g_2(Q_1, Q_2, ..., Q_L,) \qquad \text{式（D.5）}$$

ただし、これらの変数のあるものは、必ずしも両方の関数の中に現れないかもしれない。もし、推定値 $q_l$ $(l = 1,2,...,L)$ が相関関係にないとしても、入力量の推定値 $x_1$ 及び $x_2$ は、ある程度の相関関係をもつだろう。その場合には、推定値 $x_1$ 及び $x_2$ の共分散 $u(x_1, x_2)$ は、次式によって与えられる。

$$u(x_1, x_2) = \sum_{l=1}^{L} c_{1l} c_{2l} u^2(q_l) \qquad \text{式（D.6）}$$

ここで、$c_{1l}$ 及び $c_{2l}$ は、式（4.3）との類似において、関数 $g_1$ 及び $g_2$ から導かれる感度係数である。これらの項は、その感度係数がゼロにならないときにだけ、和に寄与するので、関数 $g_1$ 及び $g_2$ に共通の変数がなければ、共分散はゼロである。推定値 $x_1$ 及び $x_2$ の相関係数 $r(x_1, x_2)$ は、式（D.1）とともに式（D.6）から決定される。

**D5** 次の例は、同一の参照測定標準を用いて校正される二つの仲介測定標準の値に存在する相関関係を説明する。

*測定課題*

二つの標準 $X_1$ 及び $X_2$ が、参照測定標準 $Q_S$ と比較される。使用される測定システムは、その値の差 $z$ を、標準不確かさ $u(z)$ で、決定することが可能である。参照測定標準の値 $q_S$ は、その標準不確かさ $u(q_S)$ とともに既知である。

*数学モデル*

推定値 $x_1$ 及び $x_2$ は、次式の関係に従って、参照測定標準の値 $q_S$、及び観測された差 $z_1$ 及び $z_2$ に依存する。

$$x_1 = q_S - z_1$$
$$x_2 = q_S - z_2 \qquad \text{式（D.7）}$$

*標準不確かさ及び共分散*

関係のある変数 $X_1$ 及び $X_2$ を含まない新しいモデル関数を与える。推定値 $z_1$、$z_2$ 及び $q_S$ は、異なった測定において決定されるので、相関関係がないと考えられる。$u(z_1) = u(z_2) = u(z)$ と仮定して、標準不確かさは式（4.4）から計算され、また推定値 $x_1$ 及び $x_2$ の共分散は式（D.6）から計算される。

$$u^2(x_1) = u^2(q_S) + u^2(z)$$
$$u^2(x_2) = u^2(q_S) + u^2(z) \qquad \text{式（D.8）}$$
$$u^2(x_1, x_2) = u^2(q_S)$$

これらの結果から推論される相関係数は、

$$r(x_1, x_2) = \frac{u^2(q_S)}{u^2(q_S) + u^2(z)} \qquad \text{式（D.9）}$$

その値は、0 から+1 の範囲にあり、標準不確かさ $u(q_S)$ 及び $u(z)$ の比に依存している。

**D6** 式（D.5）によって表されるケースでは、測定対象量の標準不確かさの評価において、モデル関数の適切な選択によって、相関関係の介在を避けることができる。モデル関数 $f$ のもとの変数 $X_1$ 及び $X_2$ を変換式（D.5）に従って置き換え、独立変数 $Q$ を直接に導入し、新しいモデル関数を与えたとき、そこではもう、相関関係のある変数 $X_1$ 及び $X_2$ は含んでいない。

**D7** しかしながら、例えば、入力推定値 $x_1$ 及び $x_2$ を決定するときに、同一の測定器又は同一の参照測定標準を使用していて新しい独立した変数への変換ができない場合のように、二つの入力量 $X_1$ 及び $X_2$ の間の相関関係が避けられないケースが存在する。もしさらに、相関の程度が正確に知られているときは、測定対象量の標準不確かさの上限推定値によって、この相関が持つことができる最大の影響を評価することが実用的と思われる。その他の相関を考慮に入れなくてもよい場合には、それは次式のかたちをとる。

$$u^2(y) \le \left(|u_1(y)| + |u_2(y)|\right)^2 + u_r^2(y) \qquad \text{式（D.10）}$$

ここで、$u_r(y)$ は、相関関係がないと考えられる残りのすべての入力量に関する標準不確かさに対する寄与成分である。

注記：式（D.10）は、二つ以上の相関関係のある入力量を持つ、一つ又はいくつかのグループのケースに対して、容易に一般化される。このケースにおいては、相関のある各グループに対して、それぞれの最悪のケースの和が、式（D.10）に導入されなければならない。

## 付録 E　有効自由度から導かれる包含係数

**E1**　ある特定の包含確率に対応する包含係数 $k$ の値を推定するためには、出力推定値 $y$ の標準不確かさ $u(y)$ についての信頼性を、考慮に入れることが必要である。それは、$u(y)$ が測定結果に伴う標準偏差をいかに良く推定しているかを、考慮に入れるという意味である。正規分布の標準偏差の推定値に対し、この推定の自由度は、その推定の基礎となっている試料のサイズに依存するが、これが信頼性に関する一つの尺度となる。同様に、ある出力推定値の標準不確かさに関する信頼性についての適切な尺度は、その推定値に対する有効自由度 $\nu_{\mathrm{eff}}$ であり、それは、個別の不確かさの寄与 $u_i(y)$ に対する有効自由度の適切な合成によって近似される。

**E2**　中心極限定理の条件が満たされるとき、適切な包含係数 $k$ を計算するための手順は、次の三つの段階で構成される。

(a) 7 節で与えられる段階的な手順に従って、出力推定値の標準不確かさを求める。

(b) Welch-Satterthwaite の式から、出力推定値 $y$ の標準不確かさ $u(y)$ についての有効自由度 $\nu_{\mathrm{eff}}$ を推定する。

$$\nu_{\mathrm{eff}} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^{N} \frac{u_i^4(y)}{\nu_i}}$$ 式（E.1）

ここで、$u_i(y)\ (i = 1,2,\ldots,N)$ は、式（4.2）で定義されているが、相互に統計的に独立であると仮定された入力推定値 $x_i$ の標準不確かさから結果として生じる出力推定値 $y$ の標準不確かさの寄与成分であり、$\nu_i$ は、標準不確かさの寄与 $u_i(y)$ の自由度である。

3.1 項で検討されたような、タイプ A の評価から得られる標準不確かさ $u(q)$ の自由度は、$\nu_i = n-1$ によって与えられる。タイプ B の評価から得られた標準不確かさ $u(x_i)$ の自由度を求めることは、容易ではない。しかし一般的に、確実に過小な見積もりを避けることができる方法を用いることによって、実施される。もしたとえば、下限 $a_-$ 及び上限 $a_+$ が設定されるとき、通常、問題となっている量がこれらの限界外に存在する確率が事実上非常に小さくなるように、これらの限界は選択される。このような場合、タイプ B の標準不確かさ $u(x_i)$ の自由度 $\nu_i \to \infty$ であると想定できる。

第三者の校正事業者が発行した認定シンボル付きの校正証明書から得られる校正結果の標準不確かさ $u(sc)$ の自由度は、その校正証明書に記載された包含係数から求める。その包含係数 $k=2$ のときは、タイプ B の標準不確かさ $u(sc_i)$ の自由度 $\nu_i \to \infty$ であると想定できる。

(c) この付録の表 E.1 で与えられる数値の表から、包含係数を求める。この表は、95 %の包含確率に対して評価された $t$－分布を基礎にしている。ほとんどの場合 $\nu_{\mathrm{eff}}$ は整数にはならないので、この場合は $\nu_{\mathrm{eff}}$ を直近の下位の整数となるように切り捨てる。

**表 E.1：様々な有効自由度 $\nu_{\mathrm{eff}}$ に対する包含係数 $k$**

| $\nu_{\mathrm{eff}}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 10 | 20 | 50 | ∞ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $k$ | 12.71 | 4.30 | 3.18 | 2.78 | 2.57 | 2.45 | 2.36 | 2.31 | 2.23 | 2.09 | 2.01 | 1.96 |

**E.3** 中心極限定理の条件が満たされないときであって、この文書の本文及び付録 E で述べた方法のいずれにも該当しない場合、又は合成標準不確かさの分布が明確でない場合は、約 95 %の包含確率を正確に求めることが困難となるが、この文書の 5.3 項で定める条件を満たすときは、包含係数 $k = 2$ とすることによって約 95 %の包含確率に対応するものとみなしてよい。